

# Werkcollege 11 Manifolds 1 2017-2018

**Opgave 1** Bereken  $\int_{S^1} \eta$  met  $\eta = \frac{-y}{x^2+y^2} dx + \frac{x}{x^2+y^2} dy$  en concludeer dat  $\eta$  niet exact is.

**Opgave 2** Vind een glad rakend vectorveld  $F : S^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  met

- a. precies één nulpunt;
- b. precies twee nulpunten.

**Opgave 3** Zij  $S$  een compact samenhangend 2-oppervlak met in elk punt een positieve Gauss-kromming. Bewijs dat er ten minste één punt  $p \in S$  moet zijn zodanig dat geldt dat  $S_p = \text{span}\{e_1, e_2\}$ .

**Opgave 4** Bewijs: elk glad rakend vectorveld  $S^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  heeft een nulpunt.

**Opgave 5** Laat  $S$  een georiënteerd 2-oppervlak zijn, en laat  $U \subset S$  open. Laat  $X_1, X_2 : U \rightarrow \mathbb{R}^3$  gladde rakende eenheidsvectorvelden op  $U$  zijn, en  $\omega_1$  en  $\omega_2$  de connectie 1-vormen behorende bij respectievelijk  $X_1$  en  $X_2$ . Bewijs:  $d\omega_1 = d\omega_2$ .